

EXERCICE 1

En 2014, la foire gastronomique d'une commune a enregistré 6 000 visiteurs. Une étude montre que chaque année, 80 % des visiteurs de l'année précédente reviennent tandis que 2 000 nouveaux visiteurs sont enregistrés. Pour prévoir ses besoins en équipements, la commune envisage de déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de visiteurs dépassera 9 000.

On note u_0 le nombre de visiteurs en 2014 et u_n le nombre de visiteurs en 2014 + n , ($n \in \mathbb{N}$).

1. Justifie qu'en 2015 le nombre de visiteurs u_1 est 6 800.

2. Calcule le nombre de visiteurs en 2016.

3. On admet que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = (0,8) \times u_n + 2\,000$.

On pose, pour tout entier naturel n , $v_n = u_n - 10\,000$.

- Démontre que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme $-4\,000$.
- Exprime, pour tout entier naturel n , v_n en fonction de n .
- Justifie que, pour tout entier naturel n , $u_n = 10\,000 - 4\,000 \times (0,8)^n$.

4. a) Détermine le plus petit nombre entier naturel n pour lequel

$$10\,000 - 4\,000 \times (0,8)^n > 9\,000.$$

b) Détermine l'année à partir de laquelle le nombre de visiteurs dépassera 9 000.

EXERCICE 2

Une association de jeunes d'un village a organisé en avril 2006, la première édition de la manifestation dénommée « le Beach ». Le Beach a lieu chaque année au même mois.

Le tableau ci-dessous donne le nombre de participants par année de 2006 à 2013.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang x de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre y de participants	160	240	280	320	400	480	560	640

On désigne par X le caractère « rang de l'année » et par Y le caractère « nombre de participants ».

1. Représente le nuage de points associé à la série statistique double (X, Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . On prendra 1 cm pour une (1) année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 participants sur l'axe des ordonnées.

2. a) Détermine les coordonnées du point moyen G de cette série.

b) Place le point G dans le repère (O, I, J) .

3. a) Justifie que la variance $V(X)$ du caractère X est égale à 5,25.

b) Démontre que la covariance $\text{Cov}(X, Y)$ de la série statistique est égale à 352,5.

c) On donne à la variance $V(Y)$ du caractère Y la valeur 23 975.

d) Déduis-en qu'un ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés est justifié.

4. Démontre qu'une équation de la droite de régression (D) de Y en X par la méthode des moindres carrés est : $y = 67,14x + 82,87$.

5. En admettant que cette évolution se poursuive, détermine l'année à partir de laquelle le nombre de participants dépassera 1 000.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est égale à 2 cm.

On donne la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (-x + 2)e^x$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O, I, J) .

1. a) Justifie que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.

b) Interprète graphiquement le résultat de la question précédente.

2. Justifie que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

3. On suppose que f est dérivable sur \mathbb{R} .

a) Démontre que, pour tout nombre réel x , $f'(x) = (-x + 1)e^x$.

b) Vérifie que : $f'(1) = 0$.

c) Justifie que f est croissante sur $]-\infty ; 1[$ et décroissante sur $]1 ; +\infty[$.

d) Dresse le tableau de variation de f .

4. a) Recopie puis complète le tableau ci-dessous.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	2,5
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$	0,1		0,5			2,7		-6,1

b) Trace la courbe (C) sur l'intervalle $[-4 ; 2,5]$.

5. On considère la fonction F définie sur \mathbb{R} par : $F(x) = (-x + 3)e^x$.

a) Justifie que, pour tout x de $]-\infty ; 2]$, $f(x) \geq 0$.

b) Justifie que F est une primitive de f sur \mathbb{R} .

c) Calcule, en cm^2 , l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) , la droite (OI) et les droites d'équations $x = -2$ et $x = 2$.