Pays : Cameroun	**Année** : 2017	**Épreuve** : Mathématiques
Examen : BAC, Séries D-TI	**Durée** : 4 h	**Coefficient** : 4

EXERCICE 1 (04 *points*)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B, C et D du plan complexe d'affixes respectives $a = 5 + 4i$, $b = 4 + i$, $c = 3 + 3i$ et $d = 6 + 2i$.

1. Placer les points A, B, C et D sur le graphique.

2. Calculer $\frac{d-b}{d-a}$, en déduire que le triangle DAB est rectangle et isocèle.

3. On considère l'application f qui à tout point M d'affixe z avec $z \neq b$, associe le point M' d'affixe z' définie par $z' = \frac{z-5-4i}{z-4-i}$.

a) Calculer l'affixe c' du point C', image de C par f et placer C' sur la figure.

b) Déterminer l'ensemble (ε) des points M d'affixe z avec $z \neq b$ tels que $|z'| = 1$.

c) Justifier que (ε) contient les points D et C. Tracer (ε).

4. On appelle J l'image du point A par la rotation $\boldsymbol{r}$ de centre D et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

Déterminer l'affixe de J.

EXERCICE 2 (05 *points*)

Lors d'une période de sécheresse, un agriculteur relève la quantité totale d'eau (en m^3) utilisée pour son exploitation depuis le premier jour et donne le tableau suivant.

Nombre de jours écoulés : x	1	3	5	8	10
Volume d'eau utilisée (en m^3) : y	2,25	4,3	7	15,5	27

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique.

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage.

3. Montrer que la covariance de x et y est 28,296.

4. Démontrer qu'une équation de la droite de régression de y en x est $y = \frac{3537}{1330}x - \frac{8381}{2660}$ sachant que la variance de x est $V(x) = 10{,}64$.

5. En déduire une estimation du volume d'eau utilisée pendant les 20 premiers jours.

6. L'agriculteur dispose de sept ouvriers dont quatre femmes et trois hommes et il doit choisir au hasard et simultanément quatre personnes pour les primer. Calculer la probabilité des événements :

a) A « aucun homme n'est choisi »

b) B « au moins trois femmes sont choisies ».

PROBLÈME (11 *points*)

Partie A (06 *points*)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{\frac{3x}{2}} - 2x - 1$. On désigne par (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2. *a*) Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations.

b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -2x - 1$ est asymptote à (C_f) en $-\infty$.

c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions dont l'une est nulle et l'autre notée α appartient à l'intervalle [0,3 ; 0,4].

3. Tracer (C_f) et (D) dans le repère (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).

4. Soit m un réel strictement inférieur à 0.

a) Exprimer en fonction de m l'aire A(m) en cm^2 de la portion du plan limitée par (C_f), (D) et les droites d'équations $x = m$ et $x = 0$.

b) Quelle est la limite de cette aire quand m tend vers $-\infty$?

Partie B (02,5 *points*)

On considère la fonction g définie sur $]-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = \frac{2}{3}\ln(2x+1)$.

1. Donner le sens de variation de g.

2. Montrer que les équations $f(x) = 0$ et $g(x) = x$ sont équivalentes dans $]-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty[$.

3. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 4$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = g(u_n)$.

a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a :
$u_n \in [\alpha\ ; 4]$ et que (u_n) est décroissante.

b) Justifier que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

Partie C (02,5 *points*)

On considère les équations différentielles (E) : $2y' - 3y = 0$ et (E') : $2y' - 3y = 6x - 1$.

1. Montrer que f est solution de (E').

2. Résoudre (E) sur $\mathbb{R}$.

3. Montrer qu'une fonction h est solution de (E) si et seulement $h + f$ est solution de (E').

4. Résoudre alors (E') sur $\mathbb{R}$.

5. Déterminer la fonction u solution de (E') telle que $u(0) = 2$.