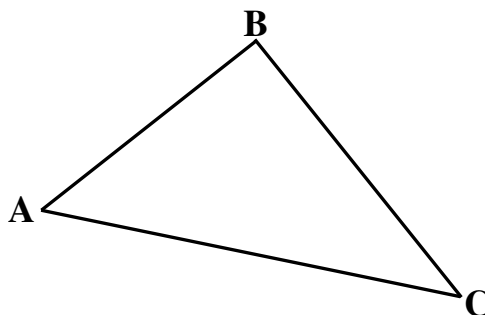


Pays : Burkina Faso	Année : 2017	Épreuve : Maths
Examen : BAC, Session normale, 1 ^{er} Tour, Séries C - E	Durée : 4 h	Coefficient : 6

EXERCICE 1 (04 points)

On donne dans l'espace trois points $A(2 ; 1 ; 0)$; $B(-1 ; 1 ; 1)$ et $C(1 ; 2 ; 3)$.

- Calculer les coordonnées du barycentre H du système de points pondérés $\{ (A, 2) ; (B, 1) ; (C, 2) \}$.
- Reproduire cette figure et construire le point H.



- Montrer que le vecteur $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 5\overrightarrow{MC}$ est indépendant du point M.

Calculer ses coordonnées.

- Déterminer l'ensemble des points M de l'espace tels que :

$$\| 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \| = \| 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 5\overrightarrow{MC} \|.$$

- a) Vérifier que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires.

- Vérifier que le vecteur $\vec{n}(-1 ; 8 ; -3)$ est un vecteur normal du plan (ABC).

En déduire une équation de ce plan.

- Soit Q le plan dont une équation est : $5x + y + z + 3 = 0$.

Montrer que les plans Q et (ABC) sont perpendiculaires et déterminer leur intersection.

EXERCICE 2 (04 points)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. On note (C) l'ensemble des points $M(t)$ du plan dont les coordonnées en fonction de la variable réelle t sont définies par :

$$\begin{cases} x(t) = 2(\sin(2t) + 2\sin t) \\ y(t) = 2 \cos(3t), t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

- Préciser la transformation ponctuelle associant pour tout réel t , le point $M(t)$ à :

- $M(t + 2\pi)$ i.yaoyao@educarriere.net

- $M(-t)$

- On désigne par (C_1) la partie de (C) obtenue lorsque t décrit l'intervalle $[0 ; \pi]$.

Expliquer comment construire (C) à partir de (C_1) .

3. Étudier les variations des fonctions $t \mapsto x(t)$ et $t \mapsto y(t)$ sur $[0 ; \pi]$.

4. Tracer (C). On admettra que la pente de la tangente à (C) au point $M(\frac{\pi}{3})$ est $-\sqrt{3}$ et que la tangente à (C) au point $M(\pi)$ est verticale.

PROBLÈME (12 points)

Partie A (04 points)

1. Résoudre l'équation différentielle : $y'' + y' \ln 2 = 0$.

2. On considère la fonction numérique d'une variable réelle t définie par : $u(t) = e^{-t \ln 2}$.

Déterminer la primitive de u qui prend la valeur 1 en 0.

3. Soit (V_n) la suite définie pour tout entier naturel non nul n par : $V_n = \int_{n-1}^n u(t) dt$.

On pose : $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$.

- Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- Calculer S_n et déterminer sa limite.

Partie B (03 points)

1. Calculer $\int_0^x t e^t dt$ pour tout réel x .

2. Soit a une constante réelle et f la fonction définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par : $f(x) = x e^x - a$.

Soit F la primitive de f qui s'annule en 0.

- Exprimer $F(x)$ à l'aide d'une intégrale.
- En déduire $F(x)$ en fonction de x .

3. Soit h une fonction dérivable sur \mathbb{R} telle que :

$$\begin{cases} h'(x) = x e^x - 2 \int_0^1 h(t) dt, x \in \mathbb{R} \\ h(0) = 0 \end{cases}$$

Calculer $\int_0^1 h(x) dx$.

Partie C (05 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$. On note (Γ) l'ensemble des points du plan dont l'affixe z vérifie la relation : $5z\bar{z} + (z + \bar{z} + 1)^2 - 1 = 0$ où \bar{z} est le conjugué de z .

Soit f la similitude directe plane d'angle $\frac{\pi}{2}$, de rapport 2 et de centre O ; g l'application de \mathbb{C} dans \mathbb{C} qui à tout nombre complexe z , affixe d'un point M , associe le nombre $g(z)$, affixe de $f(M)$.

On désigne par (Γ') l'image de (Γ) par f .

- Démontrer que (Γ) est une ellipse et préciser ses foyers, ses directrices et son excentricité.
- Donner l'expression de $g(z)$ en fonction de z .
- Donner la nature exacte de (Γ') .