

**Exercice n°1 :**

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

On donne dans l'annexe ci-jointe la courbe représentative (C) d'une fonction  $f$  dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

- $\alpha$  est l'unique réel non nul tel  $f(\alpha) = \alpha$ .
- La courbe (C) admet :
  - ✓ Une asymptote d'équation  $y = \frac{1}{4}$  au voisinage de  $-\infty$ .
  - ✓ Une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de  $+\infty$
  - ✓ Une seule tangente horizontale au point de l'origine.

1) Par lecture graphique donner :

a)  $f(0)$  et  $f'(0)$ .

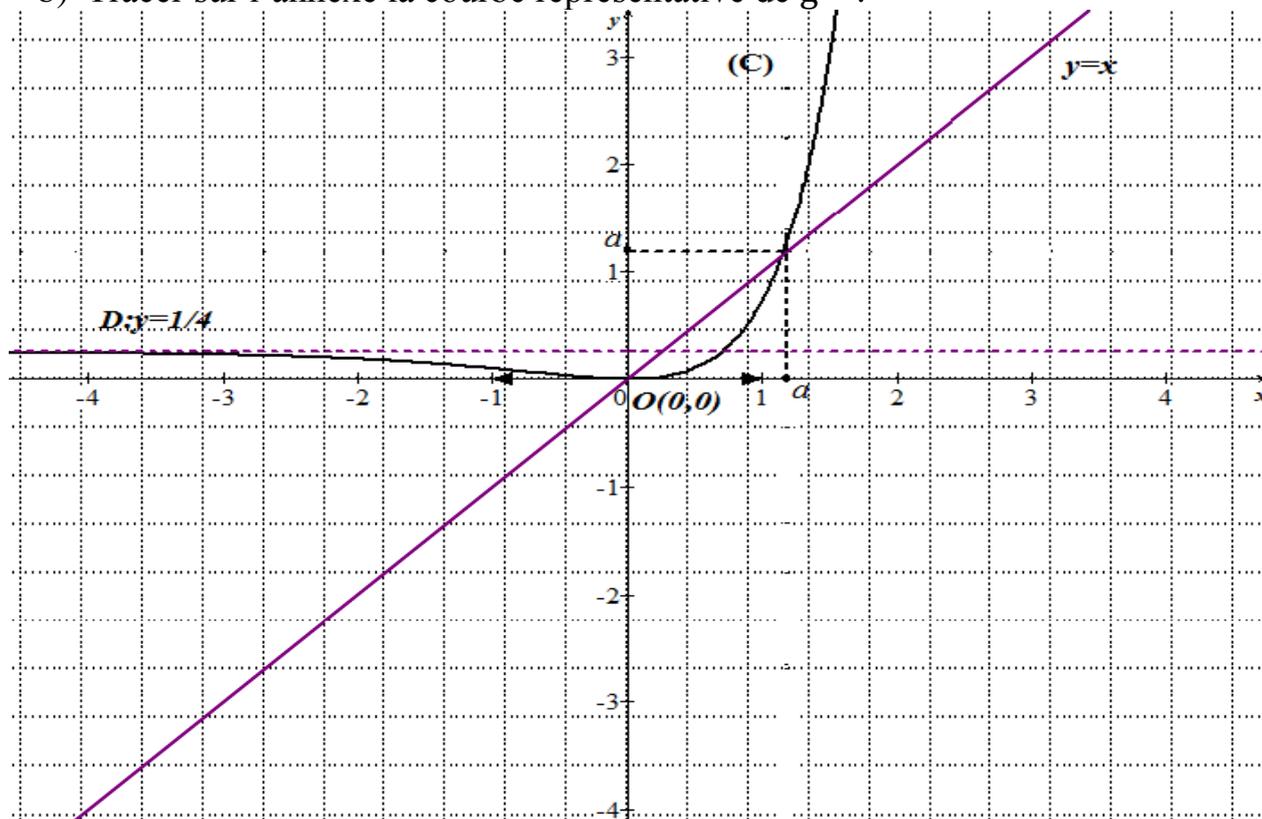
b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ .

2) Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0, +\infty[$  par  $g(x) = f(x)$ .

a) Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $[0, +\infty[$  sur  $[0, +\infty[$ .

On note  $g^{-1}$  la fonction réciproque de  $g$ .

b) Tracer sur l'annexe la courbe représentative de  $g^{-1}$ .



## Exercice n°2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

On donne dans l'annexe ci-jointe la courbe représentative (C) d'une fonction  $f$  dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

➤ La courbe (C) admet :

- ✓ Une asymptote d'équation  $y = 1$  au voisinage de  $-\infty$ .
- ✓ Une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de  $+\infty$
- ✓ Une seule tangente horizontale au point  $A(0,2)$ .

1) En utilisant le graphique et les données ci-dessus :

a) Déterminer  $f(0)$ ,  $f'(0)$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  .

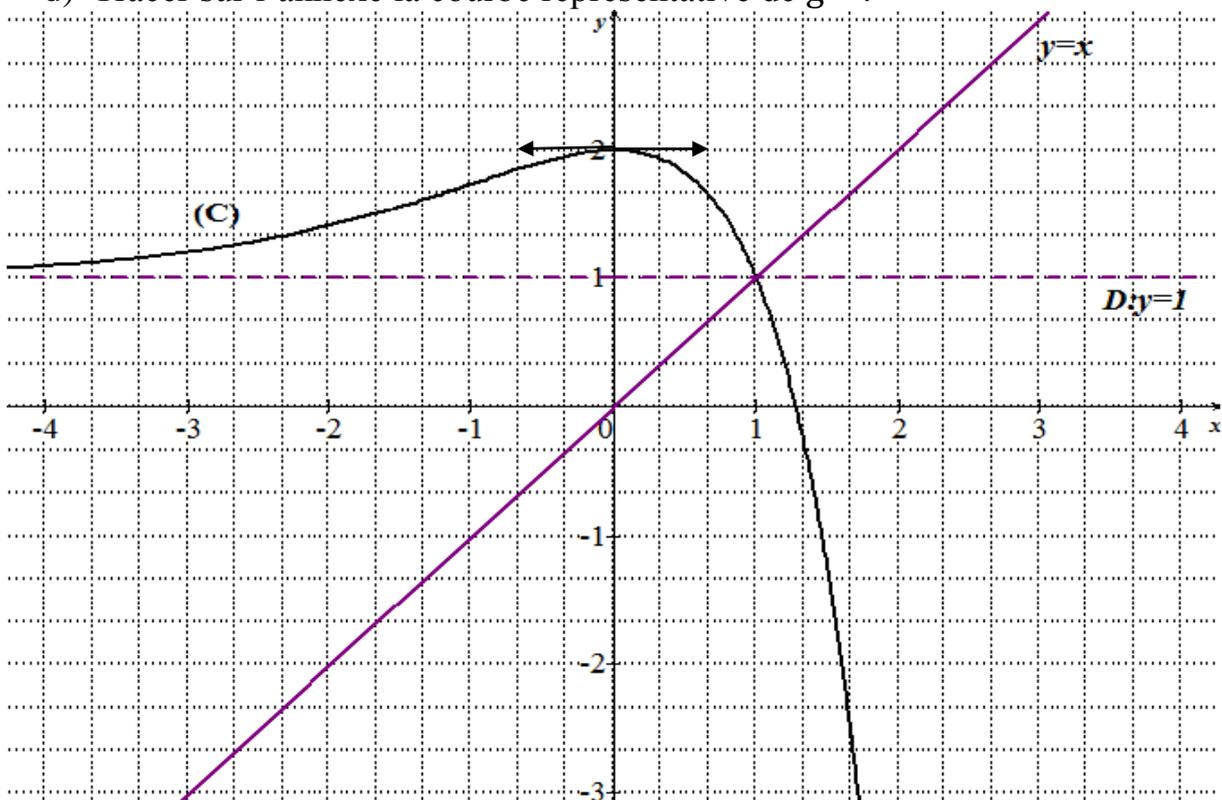
2) a) Dresser le tableau de variations de  $f$ .

b) Justifier que l'équation  $f(x)=0$  admet dans  $\mathbb{R}$  une solution unique  $\alpha \in ]1,2[$

3) Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0, +\infty[$  par  $g(x)=f(x)$ .

c) Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $[0, +\infty[$  sur un intervalle  $J$  à préciser.  
On note  $g^{-1}$  la fonction réciproque de  $g$  .

d) Tracer sur l'annexe la courbe représentative de  $g^{-1}$ .



## Exercice n°3 :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$  par  $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x}$

- 1) Donner les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
- 2) Justifier que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$  et calculer  $f'(x)$ .
- 3) Donner le tableau des variations de  $f$ .
- 4) Tracer la courbe  $(C)$  représentative de  $f$  dans un repère orthonormé d'unité 1cm.

On indiquera et on tracera les asymptotes éventuelles à la courbe.

- 5) Montrer que la courbe  $(C)$  a un axe de symétrie  $D : x = -1$ .
- 6) Déterminer l'équation de la tangente  $T$  à  $(C)$  au point d'abscisse 1

Tracer  $T$

#### **Exercice n°4 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  par  $f(x) = \frac{3x^2+6x+5}{(x+1)^2}$

- 1) a) Déterminer les réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  on a :  
$$f(x) = a + \frac{b}{(x+1)^2}$$
  - b) Déterminer la limite de  $f$  aux bornes de son domaine de définition. Interpréter graphiquement les résultats.
  - c) Dresser le tableau de variations de  $f$ .
  - d) Tracer la courbe  $C_f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- 2) Soit  $g$  la fonction définie sur  $] -1, +\infty[$  par  $g(x) = f(x)$ .
  - a) Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $] -1, +\infty[$  sur un intervalle à préciser.
  - b) Tracer  $g^{-1}$  la fonction réciproque de  $g$  dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- 3) a) Justifier que  $g$  admet une primitive sur  $] -1, +\infty[$ .
  - b) Déterminer une primitive  $G$  de  $g$  sur  $] -1, +\infty[$ .
  - c) Déterminer la primitive  $G$  de  $g$  tel que  $G(0) = 0$