

Exercice n°1 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On donne dans l'annexe ci-jointe la courbe représentative (C) d'une fonction f dérivable sur \mathbb{R} .

- α est l'unique réel non nul tel $f(\alpha) = \alpha$.
- La courbe (C) admet :
 - ✓ Une asymptote d'équation $y = \frac{1}{4}$ au voisinage de $-\infty$.
 - ✓ Une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$
 - ✓ Une seule tangente horizontale au point de l'origine.

1) Par lecture graphique donner :

a) $f(0)$ et $f'(0)$.

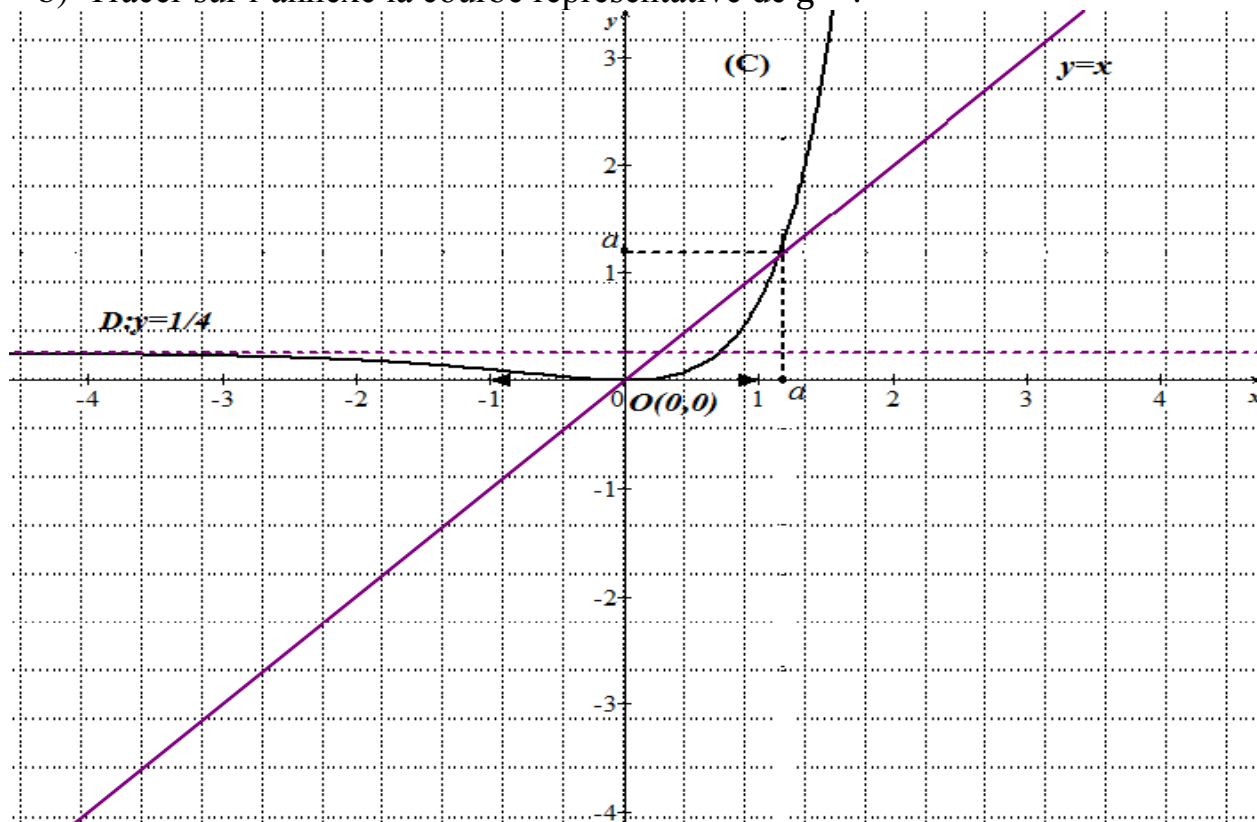
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

2) Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = f(x)$.

a) Montrer que g réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur $[0, +\infty[$.

On note g^{-1} la fonction réciproque de g .

b) Tracer sur l'annexe la courbe représentative de g^{-1} .



Exercice n°2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On donne dans l'annexe ci-jointe la courbe représentative (C) d'une fonction f dérivable sur \mathbb{R} .

➤ La courbe (C) admet :

- ✓ Une asymptote d'équation $y = 1$ au voisinage de $-\infty$.
- ✓ Une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$
- ✓ Une seule tangente horizontale au point $A(0,2)$.

1) En utilisant le graphique et les données ci-dessus :

a) Déterminer $f(0)$, $f'(0)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

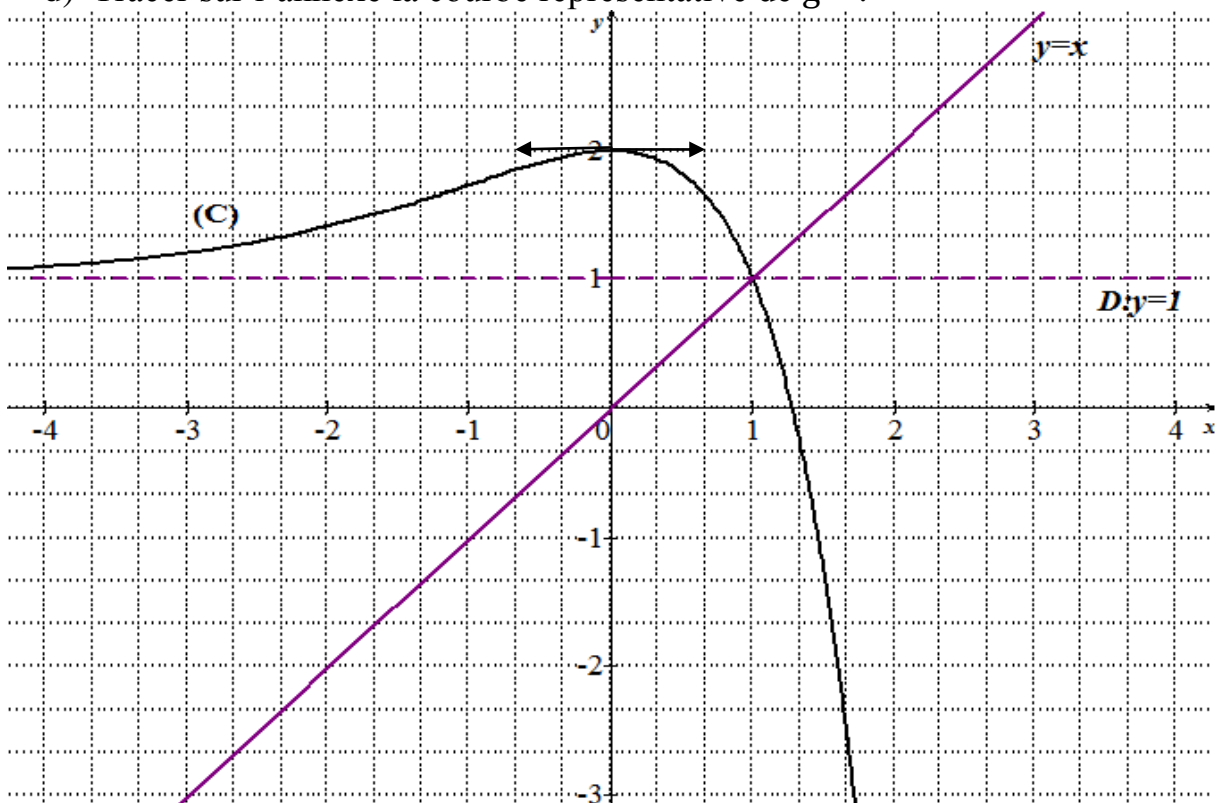
2) a) Dresser le tableau de variations de f .

b) Justifier que l'équation $f(x)=0$ admet dans \mathbb{R} une solution unique $\alpha \in]1,2[$

3) Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x)=f(x)$.

c) Montrer que g réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J à préciser.
On note g^{-1} la fonction réciproque de g .

d) Tracer sur l'annexe la courbe représentative de g^{-1} .



Exercice n°3 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$ par $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x}$

- 1) Donner les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- 2) Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$ et calculer $f'(x)$.
- 3) Donner le tableau des variations de f .
- 4) Tracer la courbe (C) représentative de f dans un repère orthonormé d'unité 1cm.

On indiquera et on tracera les asymptotes éventuelles à la courbe.

- 5) Montrer que la courbe (C) a un axe de symétrie $D : x = -1$.
- 6) Déterminer l'équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse 1

Tracer T

Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \frac{3x^2+6x+5}{(x+1)^2}$

- 1) a) Déterminer les réels a et b tels que pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ on a :
$$f(x) = a + \frac{b}{(x+1)^2}$$
 - b) Déterminer la limite de f aux bornes de son domaine de définition. Interpréter graphiquement les résultats.
 - c) Dresser le tableau de variations de f .
 - d) Tracer la courbe C_f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 2) Soit g la fonction définie sur $] -1, +\infty[$ par $g(x) = f(x)$.
 - a) Montrer que g réalise une bijection de $] -1, +\infty[$ sur un intervalle à préciser.
 - b) Tracer g^{-1} la fonction réciproque de g dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 3) a) Justifier que g admet une primitive sur $] -1, +\infty[$.
 - b) Déterminer une primitive G de g sur $] -1, +\infty[$.
 - c) Déterminer la primitive G de g tel que $G(0) = 0$