

Exercice n°1 :

Une usine produit des sacs. Chaque sac fabriqué peut présenter deux défauts : le défaut a et le défaut b. Un sac est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts.

1) Dans cette question, les probabilités demandées seront données avec leurs valeurs décimales exactes.

On prélève au hasard dans la production d'une journée.

On note A l'événement « le sac présente le défaut a » et B l'événement « le sac présente le défaut b ».

Les probabilités des événements A et B sont respectivement $p(A) = 0,02$ et $p(B) = 0,01$; on suppose que ces deux événements sont indépendants.

a) Calculer la probabilité de l'événement C « le sac prélevé présente le défaut a et le défaut b ».

b) Calculer la probabilité de l'événement D « le sac est défectueux ».

c) Calculer la probabilité de l'événement E « le sac ne présente aucun défaut ».

d) Sachant que le sac présente le défaut a, quelle est la probabilité qu'il présente aussi le défaut b?

2) On suppose que la probabilité (arrondie au centième) qu'un sac soit défectueux est égale à 0,03.

On prélève au hasard un échantillon de 100 sacs dans la production d'une journée. La production est suffisamment importante pour que l'on assimile ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 sacs.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 sacs, associe le nombre de sacs défectueux.

a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b) Quelle est la probabilité de l'événement « au moins un des sacs est défectueux » ?

On arrondira cette probabilité au centième. Interpréter ce résultat.

c) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

Exercice n°2 :

Le secteur de production d'une entreprise est composé de 3 catégories de personnel :

Les ingénieurs, les opérateurs de production, les agents de maintenance.

Il y a 8% d'ingénieurs et 82% d'opérateurs de production. Les femmes représentent 50% des ingénieurs, 25% des agents de maintenance et 60% des opérateurs de production.

Partie A

Dans cette partie, on interroge au hasard un membre du personnel de cette entreprise.

On note :

- M l'événement « le personnel interrogé est un agent de maintenance » ;
- O l'événement « le personnel interrogé est un opérateur de production » ;
- I l'événement « le personnel interrogé est un ingénieur » ;
- F l'événement « le personnel interrogé est une femme ».

1) Construire un arbre pondéré correspondant aux données.

2) Calculer la probabilité d'interroger

a) un agent de maintenance.

b) une femme agent de maintenance.

c) une femme.

Partie B

Le service de maintenance effectue l'entretien des machines, mais il est appelé aussi à intervenir en cas de panne. Pour cela une alarme est prévue. Des études ont montré que sur une journée :

- la probabilité qu'il n'y ait pas de panne et que l'alarme se déclenche est égale à 0,002.
- la probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme ne se déclenche pas est égale à 0,003.
- la probabilité qu'une panne se produise est égale à 0,04.

On note :

- A l'événement « l'alarme se déclenche » .

• B l'événement « une panne se produit ».

1) Démontrer que la probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme se déclenche est égale à 0,037.

2) Calculer la probabilité que l'alarme se déclenche.

3) Calculer la probabilité qu'il y ait une panne sachant que l'alarme se déclenche.

Exercice n°3 :

Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus.

Partie A

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note V l'événement « la personne est contaminée par le virus » et T l'événement « le test est positif ».

\bar{V} et \bar{T} désignent respectivement les événements contraires de V et T.

1) a) Préciser les valeurs des probabilités $P(V)$, $P_V(T)$, $P_{\bar{V}}(\bar{T})$.

Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

b) En déduire la probabilité de l'événement $V \cap T$.

2) Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,0492.

3) a) Justifier par un calcul la phrase :

« Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de « chances » que la personne soit contaminée ».

b) Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

Partie B

On choisit successivement 10 personnes de la population au hasard, on considère que les tirages sont indépendants.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes contaminées par le virus parmi ces 10 personnes.

1) Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

2) Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux personnes contaminées parmi les 10.

Exercice n°4 :

Chaque année, deux villages A et B organisent un concours sportif. Les concurrents tirent au sort un moyen de transport puis doivent relier le village A au village B le plus rapidement possible en utilisant ce moyen de transport et un parcours adapté.

Pour le tirage, on utilise une urne contenant 4 jetons indiscernables au toucher. Sur un premier jeton figure la lettre V, sur le second la lettre R, sur le troisième la lettre P et sur le dernier la lettre L.

Un concurrent tire au hasard un jeton :

- s'il tire le jeton sur lequel figure la lettre V, il effectuera le trajet à vélo ;
- s'il tire le jeton sur lequel figure la lettre R, il effectuera le trajet en roller ;
- s'il tire le jeton sur lequel figure la lettre P, il effectuera le trajet à pied ;
- s'il tire le jeton sur lequel figure la lettre L, il choisira librement son mode de transport parmi les trois précédents.

On observe que lorsqu'un concurrent tire le jeton sur lequel figure la lettre L, il choisit le vélo dans 70% des cas, il choisit le roller dans 20% des cas et il décide de faire le parcours à pied dans 10% des cas.

1) Construire un arbre pondéré correspondant à la situation.

Pour les questions suivantes, on donnera les résultats arrondis au millième.

- 2) Calculer la probabilité qu'un concurrent effectue le trajet à vélo.
- 3) Sachant qu'un concurrent a effectué le trajet à vélo, quelle est la probabilité qu'il ait tiré le jeton sur lequel figure la lettre L ?
- 4) On admet que les résultats des différentes années sont indépendants les uns des autres.

L'expérience des années précédentes permet de considérer que la probabilité, pour le vainqueur, d'avoir effectué le trajet à vélo est $\frac{2}{3}$.

Calculer la probabilité qu'au cours des six prochaines années l'épreuve soit remportée au moins une fois par un concurrent « non cycliste ».