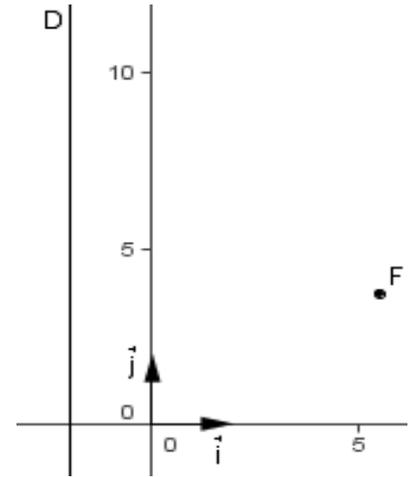


<i>Section : 4<sup>ème</sup> Maths</i>	<i>Série d'exercices</i>
<i>Prof : <u>Karmous Abdelhamid</u></i>	<b>PARABOLE</b>

### EXERCICE N1 :

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Dans la figure ci-contre on désigne par F et par D respectivement le foyer et la directrice d'une parabole P.

- 1) Construire le sommet S de la parabole P.
- 2) Construire le point A de la parabole P d'ordonnée 10.
- 3) Construire le point B intersection de la parabole P et l'axe  $(O, \vec{i})$ .
- 4) Tracer l'allure de la parabole P.



### EXERCICE N2 :

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On donne les paraboles P, P' et P'' d'équations respectives :  $y^2 = 6x$  ;  $y^2 = -x$  et  $x^2 = \frac{1}{2}y$

Déterminer les éléments caractéristiques (paramètre, foyer et directrice) de chacune de ces paraboles

### EXERCICE N3 :

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soit la courbe  $(\Gamma)$  dont une équation est :  $y^2 + 2y - 4x + 3 = 0$ .

Montrer que  $(\Gamma)$  est une parabole dont on précisera les éléments caractéristiques.

### EXERCICE N4 :

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soit P la parabole de foyer O et de directrice D d'équation  $x = -2$ .

- 1) a) Montrer qu'une équation de P est  $y^2 = 4x + 4$
- b) Tracer la parabole P. On notera S son sommet
- 2) Soit le point  $A(-2, \frac{3}{2})$ .
  - a) Déterminer, par leurs équations, les tangentes à P issues de A. (On note T et T' ces tangentes, E et E' leurs points de contact respectifs).
  - b) Vérifier que T et T' sont perpendiculaires et que O, E et E' sont alignés.

### EXERCICE N5 :

Dans le plan rapporté au repère orthonormé direct  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ,

on considère la parabole  $(\mathcal{P})$  d'équation  $y^2 = 2x$  et on désigne par M et M' les points des coordonnées respectivement  $(\frac{t^2}{2}, t)$  et  $(\frac{1}{2t^2}, -\frac{1}{t})$  ou t est un réel de  $\mathbb{R}^*$ .

1. (a) Déterminer, par leurs coordonnées le foyer de  $(\mathcal{P})$  et l'équation de la directrice (D).
- (b) Tracer  $(\mathcal{P})$  et placer le foyer.
- (c) Vérifier que les points M et M' appartiennent à  $(\mathcal{P})$ .
2. On désigne respectivement par (T) et (T') les tangentes à  $(\mathcal{P})$  en M et M'.
  - (a) Montrer que les points M, M' et F sont alignés.
  - (b) Écrire les équations des tangentes (T) et (T').
  - (c) Montrer que les tangentes (T) et (T') sont perpendiculaires.
  - (d) On note H le point intersection de (T) et (T'). Montrer que H varie sur une droite fixe quand t décrit  $\mathbb{R}^*$

### EXERCICE N6 :

Soit  $\mathcal{P}$  l'ensemble des points  $M(x, y)$  tel que  $x^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ .

- 1) Montrer que  $\mathcal{P}$  est une parabole dont on précisera le foyer  $F$  et la directrice  $D$ .
- 2) a) Soit le point  $A(3, 1)$ , vérifier que  $A$  est un point de  $\mathcal{P}$  et écrire une équation cartésienne de la tangente  $T$  à  $\mathcal{P}$  en  $A$ .  
b) Tracer  $\mathcal{P}$  et  $T$ .
- 3) Soit  $A'$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $D$ . La droite  $T$  coupe l'axe focal de  $\mathcal{P}$  en  $B$ . Montrer que les droites  $(AF)$  et  $(BA')$  sont parallèles.

### Exercice 7

Dans le plan orienté, on munit le plan de repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On considère une parabole  $P$  d'équation  $y^2 = 4x$

1. Déterminer les éléments caractéristiques de cette parabole (directrice  $D$ ; foyer  $F$ , sommet  $S$  et paramètre  $p$ )
2. soit  $K$  un point de la directrice  $D$  d'ordonnée  $3$ 
  - (a) Montrer que la médiatrice de segment  $[FK]$  est une tangente à  $P$  au point  $M$  d'ordonnée  $3$ :  
Puis construire  $M$
  - (b) Montrer que la tangente au sommet  $S$  coupe la tangente à  $P$  en  $M$  en un point  $I$  milieu de  $[FK]$
3. la droite  $(MI)$  recoupe  $D$  en  $J$  et soit  $K'$  le symétrique de  $K$  par rapport à  $S$ . Montrer que la droite  $(MI)$  est parallèle à  $(FK')$ .
4. Soit  $M'$  l'intersection de la médiatrice de segment  $[FK']$  avec la perpendiculaire à  $D$  en  $K'$ 
  - (a) Vérifier que  $M'$  est un point de  $P$ .
  - (b) Montrer que les tangentes à  $P$  en  $M$  et  $M'$  sont perpendiculaires.
5. (a) Montrer que  $(\overrightarrow{MJ}, \overrightarrow{MF}) \equiv (\overrightarrow{FK'}, \overrightarrow{FM'}) [2\pi]$   
(b) Dédurre que les points  $M; F$  et  $F'$  sont alignés.