

SIMILITUDE

Exercice 1 :

Le plan P est rapporté au repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On désigne par S la transformation ponctuelle dans le plan qui, à tout point M d'affixe z, associe

le point M' d'affixe $z' = (1 + i)z - i$.

1: Montrer que S est une similitude directe de P dont on donnera les éléments caractéristiques. On notera A le point invariant de S.

Donner une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MM'})$, en supposant que $M \neq A$.

2: a) Construire M' pour un point M donné.

b) Déterminer l'image de D' par S de la droite D d'équation $y = x$.

Construire D'.

3: a) Montrer qu'il existe un point B du plan distinct de A et un seul tel que les affixes z_0 de B et z'_0 de $B' = S(B)$ soient liées par la relation $z_0 z'_0 = 1$.

Mettre en place B et B'.

b) Soit A' le symétrique de A par rapport à O.

Montrer que les points A, A', B et B' sont cocycliques

Exercice 2 :

dans le plan orienté, une unité étant choisie, on considère un rectangle ABCD tel que

$$(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi); AB = \sqrt{2} \text{ et } AD = 1$$

I désigne le milieu de [AB].

Partie A:

Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que $MD^2 - MB^2 = 1$.

1: Vérifier que les points C et I appartiennent à (E).

2: a) Déterminer et construire (E).

b) En déduire que les droites (BD) et (CI) sont perpendiculaires.

Partie B:

Le plan est rapporté au repère orthonormé

$$(A; \vec{u}; \vec{v}) \text{ avec } \vec{u} = \frac{1}{\sqrt{2}} \overrightarrow{AB} \text{ et } \vec{v} = \overrightarrow{AD}$$

direct

Soit S une similitude directe qui, au point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que:

$z' = az + b$, où a et b sont des nombres complexes avec a non nul.

1: Déterminer les nombres complexes a et b pour que $S(D) = C$ et $S(C) = B$.

2: Soit T la similitude directe qui, au point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que:

$$z' = -\frac{i\sqrt{2}}{2}z + \frac{\sqrt{2}}{2} + i$$

Déterminer le rapport et l'angle de T.

3: Montrer que la similitude T transforme B en I.

4: En déduire une autre justification de l'orthogonalité des droites (BD) et (CI).

5: Montrer que le centre W de la similitude T est le point d'intersection des droites (BD) et (CI).

prof: Oueslati Aymen

Exercice 3 :

On considère dans le plan orienté, un triangle ABC tel que $AC=2AB$ et qu'une mesure de $(\widehat{AB, AC})$ soit comprise entre 0 et π . Les cercles (Γ_1) et (Γ_2) passant par A et de centre respectifs B et C se recoupent en E. On désigne par S_A la similitude directe de centre A transformant (Γ_1) en (Γ_2) .

- 1) a) Soit M un point de (Γ_1) et M' son image par S_A . Justifier la relation : $(\widehat{BA, BM}) \equiv (\widehat{CA, CM'}) [2\pi]$
 - b) Démontrer que les points M, E et M' sont alignés
- 2) On désigne par σ_A la similitude indirecte de centre A qui transforme (Γ_1) en (Γ_2) .
 - a) Donner le rapport de σ_A et montrer que σ_A a pour axe la médiatrice du segment [BK] où K est le milieu du segment [AC]
 - b) Soit l'application $f = \sigma_A \circ S_A^{-1}$. Déterminer la nature de f et la caractériser
 - c) En déduire que les images par S_A et σ_A de tout point M sont symétriques par rapport à (AC)

Exercice 4 :

On considère dans le plan orienté, un triangle ABC équilatéral de sens direct.

On désigne par I et J les milieux respectifs de [AB] et [AC] et par D le symétrique de A par rapport à

1- Soit f l'antidépacement de P tel que $f(C)=A$ et $f(A)=B$.

Montrer que f est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur

2- Soit g la similitude directe telle que $g(B)=D$ et $g(I)=C$.

Montrer que $g(A)=A$ et déterminer les éléments caractéristiques de g

3- Soit Ω le point définie par $\overrightarrow{\Omega A} + 2\overrightarrow{\Omega I} = \vec{0}$

a- Justifier que fog est une similitude indirecte

b- Déterminer fog(I) et fog(A)

c- Vérifier que $\overrightarrow{\Omega B} + 2\overrightarrow{\Omega A} = \vec{0}$. En déduire fog(Ω)= Ω

4- a- Déterminer le rapport de la similitude fog

b- Montrer que l'axe de la similitude fog est perpendiculaire à la droite (AB) en Ω .

Equation Différentielle :

Exercice 1 :

On considère une fonction f dérivable sur \mathbb{R} et vérifiant $f'(x) = f(x)$.

1. Préciser la solution de cette équation différentielle telle que $f(0) = 1$.

2. Montrer que pour tout x réel, $f(x) \geq x + 1$.

3. Montrer que pour tout x réel, $f(x) > 0$.

4. On considère la courbe C représentative de f et M un point de C d'abscisse a.

a) Déterminer une équation de la tangente à C au point M.

b) Soit T le point d'intersection de la tangente avec l'axe des abscisses et H le projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses. Préciser les coordonnées des points H et T.

c) Montrer que la distance TH = 1.

Exercice 2 :

1) Résoudre l'équation différentielle $y'' + y = 0$.

2) Soit E l'ensemble des fonctions définies et deux fois dérivables sur \mathbb{R} telles que

pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$, où f' désigne la fonction dérivée de f.

a) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \cos x$.

Vérifier que g est un élément de E.

b) Soit f un élément de E. Vérifier que, pour tout réel x, $f''(x) = f'\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

c) En déduire que si f est un élément de E alors f est une solution de l'équation différentielle $y'' + y = 0$.

d) Déterminer alors l'ensemble E.

prof:Oueslati Aymen

CONIQUE

Exercice 1 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère l'ellipse (\mathcal{E}) d'équation $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ et on désigne par M le point de coordonnées $(\cos \theta, 2 \sin \theta)$, où θ est un réel de $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

- 1) a) Déterminer, par leurs coordonnées, les sommets et les foyers de (\mathcal{E}) .
b) Tracer (\mathcal{E}) et placer ses foyers.
c) Vérifier que le point M appartient à (\mathcal{E}) .
- 2) Soit (T) la tangente à (\mathcal{E}) en M.
Montrer qu'une équation de (T) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) est $2x \cos \theta + y \sin \theta - 2 = 0$.
- 3) On désigne respectivement par P et Q les points d'intersection de (T) avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées et on désigne par \mathcal{A} l'aire du triangle OPQ.
 - a) Montrer que $\mathcal{A} = \frac{2}{\sin(2\theta)}$.
 - b) En déduire que l'aire \mathcal{A} est minimale si et seulement si M est le milieu du segment [PQ].

Probabilité :

Exercice 1 :

Une urne contient quatre dés indiscernables au toucher.

Trois dés sont verts et leurs faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6.

et un dé est rouge et ses faces sont numérotées 2, 2, 4, 4, 6, 6.

1) On tire au hasard un dé.

Calculer les probabilités des événements suivants :

A « le dé tiré est rouge »

B « le dé tiré est vert »

2) Une épreuve consiste à tirer au hasard un dé puis le lancer trois fois de suite.

On désigne par C l'événement suivant :

C « obtenir 3 fois de suite un numéro pair »

a – Montrer que $p(C/A) = 1$ et $p(C/B) = \frac{1}{8}$

b – En déduire $p(C)$.

3) Soit X l'aléa numérique qui prend pour valeurs le nombre de fois où l'on a obtenu une face dont le numéro est pair.

a – Déterminer la loi de probabilité de X.

b – Calculer l'espérance et la variance de X.

Exercice 2 :

Une urne contient trois boules rouges numérotées 1,2,2 et trois boules blanches numérotées 1,1,2.

Une épreuve consiste à tirer simultanément trois boules de l'urne.

1) a – Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « avoir trois boules de même couleur »

B : « la somme des nombres inscrits sur les boules tirées est égale à cinq »

b – Soit C l'événement : « avoir au moins une boule rouge qui porte le numéro 2 ».

Montrer que $p(C) = \frac{4}{5}$

2) Soit X l'aléa numérique qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges portant le numéro 2 obtenues.

a – Déterminer la loi de probabilité de X.

b – Calculer $E(X)$.

3) On répète l'épreuve précédente n fois ($n \geq 1$) de suite, en remettant après chaque épreuve les boules tirées dans l'urne.

a – Calculer la probabilité p_n , pour que l'événement C soit réalisé au moins une fois.

b – Déterminer le plus petit entier n tel que $p_n \geq 0,99$.

Espace

Exercice 1 :

Soit $(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ un repère orthonormé direct de l'espace.

Dans la figure ci-contre OABC est un tétraèdre

tel que $\vec{OA} = 5\vec{u}$, $\vec{OB} = 5\vec{v}$, $\vec{OC} = 10\vec{w}$ et

I est le point de coordonnées (3,3,3).

1) Vérifier que le plan (ABC) a pour équation

$$2x + 2y + z - 10 = 0.$$



2) Soit S la sphère de centre I et de rayon 3.

a) Quelle est la position relative de S et du plan (ABC) ?

b) Montrer que S est tangente aux plans (OAB), (OAC) et (OBC).

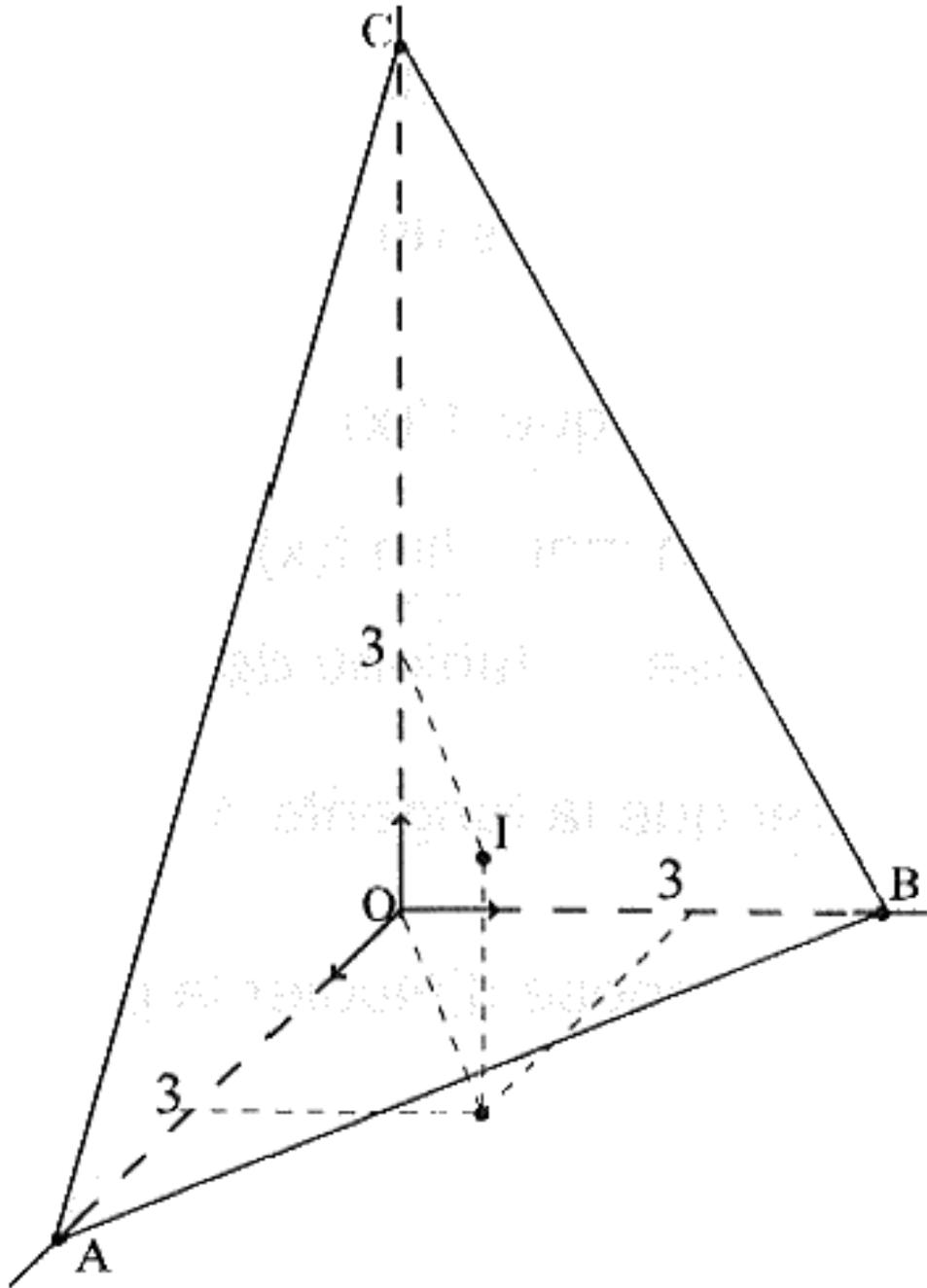
3) Soit k un réel non nul et h l'homothétie de centre O et de rapport k.

On désigne par S', la sphère image de S par h.

a) Montrer que S' est tangente aux plans (OAB), (OAC) et (OBC).

b) Déterminer les valeurs de k pour lesquelles S' est tangente au plan (ABC).

4) Déterminer le centre et le rayon de la sphère tangente intérieurement aux quatre faces du tétraèdre OABC.



Oueslati Aymen 27677722